1. Формулирайте критерия на Абел-Дирихле за сходимост на несобствени интеграли от вида . Нека са интегруеми в ­за всяко и е монотонна

* Ако и функцията е ограничена, тогава е сходящ.
* Ако и интегралът е сходящ, тогава е сходящ.

1. Необходимо и достатъчно условие на Коши за сходимост на несобствен интеграл

* е сходящ за всяко има , т.ч. за всеки
* е сходящ(с особеност b) за всяко има , т.ч. за всеки

1. Критерий за сравнение на несобствени интеграли

* Нека за всяко . Тогава:
* Ако е сходящ, то е сходящ
* Ако е разходящ, то е разходящ
* Логически факт:
* (Гранична форма): Нека за всяко и (число).
* Тогава: е сходящ е сходящ

1. Необходимо и достатъчно условие на Коши за сходимост на ред

* Редът е сходящ тогава и само тогава, когато за всяко има , т. ч. за всяко и за всяко
* Тоест ако е сходящ, то

1. Критерий за сравнение на редове

* Интегрален – Нека е монотонна. Тогава е сходящ е сходящ
* (Съществен случай)Нека за всяко , монотонно намалява и . Тогава е сходящ е сходящ
* Доказателство: За е изпълнено , откъдето . Следователно . Твърдението следва от нарастването на .
* Спрямо големината на събираемите – Нека за всяко . Тогава:
* Ако е сходящ, то е сходящ
* Ако е разходящ, то е разходящ
* Логически факт:
* (Гранична форма): Нека за всяко и (число). Тогава: е сходящ е сходящ
* Спрямо „скоростта“ - Нека и за всяко . Тогава:
* Ако е сходящ, то е сходящ
* Ако е разходящ, то е разходящ
* Логически факт:

1. Критерий за сходимост на Абел-Дирихле на редове

* Нека е монотонна
* Ако и сумите са ограничени, тогава редът е сходящ.
* Ако и редът е сходящ, тогава редът е сходящ.

1. Критерий на Даламбер за сходимост на редове

* Нека за всяко .
* Ако има , за което q за всяко n > (, то е сходящ. Следва от .
* (Гранична форма) Нека съществува . Тогава ако то е сходящ; ако то е разходящ.

1. Критерий на Коши за сходимост на редове

* Нека за всяко .
* Ако има , за което q за всяко n > (, то е сходящ. Следва от .
* (гранична форма) Нека съществува . Тогава ако то е сходящ; ако то е разходящ.

1. Критерий на Гаус за сходимост на редове

* Нека и за всяко , където , а редицата е ограничена. Тогава:
* При редът е сходящ
* При редът е разходящ
* При :
* При редът е сходящ
* При редът е разходящ

1. Радиус на сходимост на степенни редове
2. Трихотомия: За степенния ред е изпълнено точно едно от трите:

* Редът е сходящ само за .
* Редът е абсолютно сходящ за всяко
* .:
* при редът е разходящ

1. се нарича радиус на сходимост на ред , ако

* (включва и )
* при редът е разходящ (включва и )

1. Функцията се нарича диференцируема в точката (), ако:

* Нека и нека X=() е вътрешна точка за на функцията . Казваме, че е диференцируема в точката ако има линейна функция , за която

1. Критерий на Раабе-Дюамел за сходимост на редове

* Нека за всяко .
* Ако има , за което за всяко n > (, то е сходящ. Следва от .
* (Гранична форма) Нека съществува . Тогава ако то е сходящ; ако то е разходящ.
* Доказателство:
* е сходящ е сходящ.
* (харм. ред)
* е разходящ е разходящ

1. Критерия на Лайбниц за сходимост на редове

* Нека монотонно намалява и . Тогава редът е сходящ.
* Доказателство:
* ;
* , расте
* , намалява
* (коя да е нечетна сума)
* цялата редица е сходяща

1. Формулирайте и докажете теоремата за равенство на смесените производни:

* Нека има частни производни ,, , и втори частни производни , в .
* Ако и са непрекъснати в , то () =().
* Доказателство: Можем да предполагаме, че . Нека .
* Пол.
* Аналог.
* При имаме =
* Предвид непрекъснатостта, исканото се получава с граничен преход

1. Теорема за интегруемост на непрекъсната функция върху правоъгълник

* Ако е непрекъсната в , то е интегруема върху
* Доказателство: Съгласно теоремата за равномерна непрекъснатост, е равномерно непрекъсната върху . Следователно за всяко , за което от следва
* Избираме толкова голямо, че . Полагаме и . Имаме . От теоремата на Вайерщрас, и

1. Довършете дефинициите:

* Казваме, че множеството е с мярка нула (в смисъл на Пеано-Жордан), ако за всяко съществува число : – правоъгълници, такива че

и , където е лицето на правоъгълника

* Казваме, че множеството е измеримо в смисъл на Пеано-Жордан, ако
* Съществува правоъгълник , , .
* “Елементарна“ фигура: за
* се нарича измеримо, ако

1. Представяне на двоен интеграл като повторни

* Нека е интегруема върху правоъгълника и за всяко функцията е интегруема в . Тогава функцията е интегруема в и .
* Доказателство: Нека е разрязване на и . Тогава .
* След интегриране получаваме:
* Следователно , което означава, че е ограничена във всеки един от интервалите (а значи и в ) и
* След умножаване с и сумиране по получаваме:
* За избираме разрязване на с . Тогава , което означава, че е интегруема в . За всяко разрязване на е изпълнено
* Следователно , защото е между малките и големите суми на Дарбу за в , а е единственото такова число.

1. Множеството от граничните точки има мярка 0 в смисъл на Пеано-Жордан, когато е измеримо . Измеримо мярка 0

* Доказателство: Нека е измеримо, и . Съществува разрязване на , за което , или .
* Нека . Разглеждаме правоъгълниците:
* , вместо вземаме , вместо вземаме
* , вместо вземаме , вместо вземаме
* За правоъгълниците имаме:
* Сумарно лице по-малко от
* .
* Ако I , то е вътрешна за някой правоъгълник . За него .
* Следователно, има мярка 0 в смисъл на Пеано-Жордан.
* Обратната посока се получава от факта, че точките на прекъсване на са и достатъчното условие за интегруемост върху правоъгълник

1. Множеството е измеримо в смисъл на Пеано-Жордан, когато множеството от граничните точки има мярка 0. Мярка 0 измеримо

* Нека множеството от граничните точки има мярка 0. Ако сме вътре в множеството, то в околност е 1, . Ако сме извън множеството в околност е 0, т.е. *.*
* Единствено по границата имаме точки на прекъсване, т.е. имаме точки на прекъсване на . Тъй като границата е с мярка 0 е с мярка 0 е интегруема върху , т.е. е измеримо